CALCOLO: Vol 2

1.5 Quadriche in forma canonica

Si chiama **ellissoide** la superficie di equazione

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0 \tag{1}$$

La rappresentazione grafica dell'ellissoide è data nella figura 1.15.

Si chiama **iperboloide a una falda** la superficie di equazione

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}-1=0 \tag{2}$$

rappresentata in forma grafica nella figura 1.16.

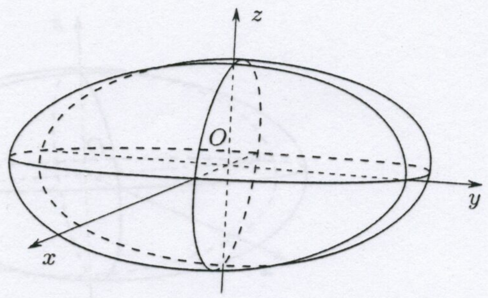

Figura 1.15 L'ellissoide.

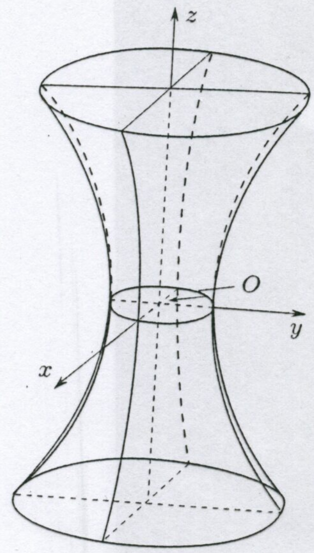

Figura 1.16 L'iperboloide a una falda.

L'iperboloide a una falda possiede due **famiglie di generatrici rettilinee** descritte da:

$$\frac{x}{a}+\frac{z}{c}=\lambda\left(1+\frac{y}{b}\right) \qquad \frac{x}{a}-\frac{z}{c}=\frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{y}{b}\right) \qquad \lambda\in\mathbb{R} \tag{3}$$

$$\frac{x}{a}+\frac{z}{c}=\mu\left(1-\frac{y}{b}\right) \qquad \frac{x}{a}-\frac{z}{c}=\frac{1}{\mu}\left(1+\frac{y}{b}\right) \qquad \mu\in\mathbb{R} \tag{4}$$

Qualsiasi retta delle due famiglie precedenti può generare la superficie. Qualsiasi retta contenuta nell'iperboloide a una falda fa parte di una delle due famiglie di generatrici. Per un punto qualsiasi di un iperboloide a una falda passa una generatrice e solo una di ognuna delle famiglie.

▶ Si chiama **iperboloide a due falde** la superficie di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0 \tag{5}$$

Il grafico dell'iperboloide a due falde è presentato nella figura 1.17.

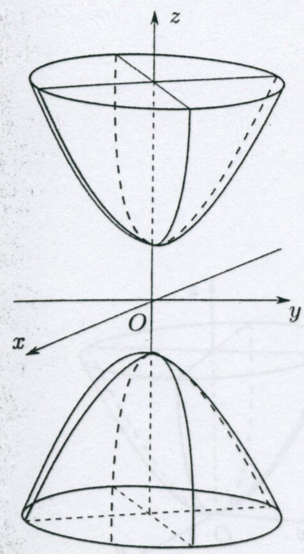

Figura 1.17 L'iperboloide a due falde.

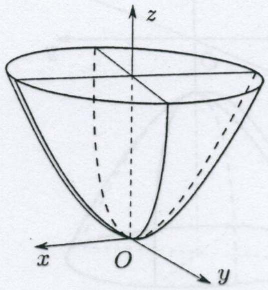

Figura 1.18 Paraboloide ellittico.

▶ Si chiama **paraboloide ellittico** la superficie di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z \tag{6}$$

▶ Si chiama **paraboloide iperbolico** la superficie di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z \tag{7}$$

Il grafico del paraboloide è rilevato nella figura 1.18 e nella figura 1.19.

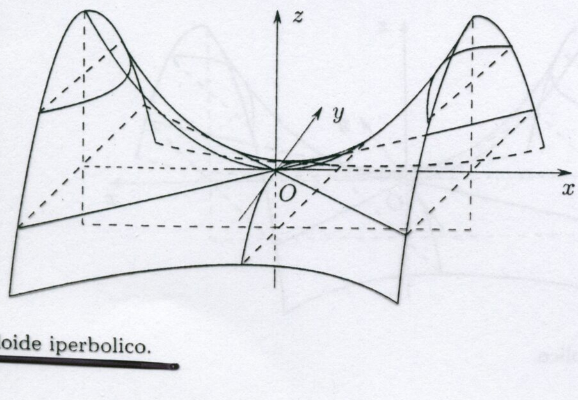

Figura 1.19 Paraboloide iperbolico.